

# Optimização de um processo biológico de tratamento de águas residuais

I. A. C. P. Espírito-Santo<sup>1</sup>, E. M. G. P. Fernandes<sup>1</sup>, M. M. Araújo<sup>1</sup>, E. C. Ferreira<sup>2</sup>

<sup>1</sup>{iapinho;emgpf;mmaraujo}@dps.uminho.pt, Departamento de Produção e Sistemas, Universidade do Minho, Braga

<sup>2</sup>ecferreira@deb.uminho.pt, Centro de Engenharia Biológica, Universidade do Minho, Braga

## Resumo

Neste artigo apresenta-se um problema de optimização relacionado com um processo biológico de tratamento de águas residuais. Neste problema pretende-se minimizar uma função custo de um sistema de lamas activadas, constituído por um tanque arejador e um sedimentador secundário. A função foi obtida a partir de dados reais e os modelos utilizados foram o ASM1 para as lamas activadas e um ponto de separação simples sem clarificação perfeita para a sedimentação. Utilizou-se o pacote de *software* LOQO como ferramenta de optimização e o AMPL como linguagem de codificação do problema.

## 1. Introdução

As agressões ao meio ambiente, resultantes das pressões demográficas e do progresso industrial, obrigaram a uma tomada de consciência gradual a propósito da sua gravidade, que se reflectiu numa legislação ambiental cada vez mais exigente. Importa, nesse âmbito, estender a actuação governamental / autárquica às empresas potencialmente poluidoras. Nesse contexto, a instalação de uma estação de tratamento de águas residuais (ETAR) ou a reformulação de uma já existente, requerem um estudo económico pormenorizado e cuidado de todos os processos aí envolvidos. Para o tipo de efluente em causa, deve calcular-se a combinação que leva a um desenho óptimo (mais eficiente / menos dispendioso), recorrendo a modelos matemáticos que descrevam a evolução no sistema das características físicas, químicas e biológicas da água a tratar. Isto porque os elevados custos, quer de construção, quer de operação associados ao tratamento das águas podem ameaçar a sobrevivência de algumas indústrias menos preparadas.

Na operação e projecto de uma ETAR as decisões estão não só interligadas como a sua avaliação pode também ser operada em escalas de tempo diferenciadas. Uma decisão tomada ao nível do projecto tem implicações ao longo de toda a vida útil da ETAR. No entanto, uma decisão ao nível do controlo do oxigénio dissolvido, por exemplo, tem efeito apenas em alguns minutos. Isto significa que um processo de apoio à decisão tem que ter em conta toda a gama de escalas temporais, o que não é prático incluir-se na mesma análise. É proposto que o índice de desempenho seja avaliado de acordo com um esquema hierárquico, no qual as decisões a longo prazo (escala de tempo=anos, exemplo: o projecto) são avaliadas em primeiro lugar (Vanrolleghem, 1996).

Apesar dos modelos dinâmicos terem um papel essencial a nível do impacto das decisões operacionais, nas escalas de tempo de médio e longo prazo é conveniente usar modelos de estado estacionário para a avaliação do índice de desempenho.

Além da decisão da escala temporal simplificar o problema, é ainda necessário simplificá-lo em termos espaciais, considerando-se cada processo unitário como ponto de partida. De seguida,

vão-se associando, de modo a chegar-se ao sistema que se pretende estudar. É preciso fazer esta separação com algum cuidado, já que alguns processos interagem de perto uns com os outros. De facto, otimizar cada processo separadamente pode levar a um resultado que se encontre muito longe do óptimo. Assim, neste estudo é considerado o conjunto arejador + sedimentador, pois não fazem qualquer sentido um sem o outro.

Este artigo organiza-se em 5 secções, como a seguir se descreve. Na Secção 2 faz-se uma apresentação do modelo de lamas activadas. Na Secção 3 faz-se uma descrição pormenorizada da formulação do problema de optimização, apresentando-se as restrições bem como a formulação da função objectivo. Nas Secções 4 e 5 apresenta-se o trabalho experimental, em termos de experiências computacionais e resultados, e as conclusões. Apresenta-se ainda no Apêndice a nomenclatura utilizada no artigo.

## **2. O sistema de lamas activadas**

A denominação de Lamas Activadas provém do facto de este sistema envolver a produção de uma massa activa de microrganismos capazes de estabilizar uma água residual na presença de oxigénio. Existem muitas variantes deste processo, no entanto, no essencial, elas são similares (Tchobanoglous, 1991).

Este sistema é constituído por um arejador e um sedimentador, sendo o mais utilizado actualmente para o tratamento secundário de águas residuais. Como tal, surgiu a necessidade de ser modelado, uma vez que se consegue deste modo reduzir um sistema complexo a uma imagem conceptual de como ele funciona. Hoje em dia, a modelação de tais sistemas tornou-se uma parte essencial do desenho e operação de ETARs. Assim sendo, existem actualmente modelos internacionalmente aceites pela comunidade científica. A vantagem de se utilizarem modelos deste tipo reside no facto de todos os modeladores poderem usar uma linguagem universal, quer em termos de conceitos, quer em termos de nomenclatura.

O principal objectivo do arejador é remover a matéria orgânica carbonácea. Os modelos mais divulgados são os do tipo ASM, que por utilizarem uma notação matricial, se tornam muito simples de interpretar. Foram descritos pelo *IWA Task Group on Mathematical Modelling for Design and Operation of Biological Wastewater Treatment*, e o mais divulgado é o ASM1 (Henze, 1986), que contempla, além da remoção da matéria carbonácea, os processos de remoção de azoto – nitrificação e desnitrificação, originando bons resultados em simulações. Este modelo pode ser utilizado para todos os tipos de reactores, e de arejamento, considerando-se neste trabalho um reactor perfeitamente agitado (RPA) em estado estacionário.

Relativamente ao sedimentador secundário, o seu papel consiste em remover a matéria em suspensão, daí a denominação também comum de clarificador. Sem esta unidade de tratamento, o efluente teria uma carência química de oxigénio (CQO) superior à que entra no sistema, devido à contribuição da biomassa entretanto formada. O modelo usado neste trabalho para o sedimentador consiste num ponto simples de separação, em torno do qual se fazem balanços mássicos à matéria em suspensão e aos compostos dissolvidos (Smets, 2003). Inicialmente considerou-se clarificação perfeita, no entanto evoluiu-se para o caso em que se permite a saída de alguns sólidos no efluente, situação esta mais próxima da realidade.

## **3. Formulação do problema de optimização**

O problema de optimização é composto por 6 conjuntos de restrições (Subsecções 3.1 a 3.6) e por uma função objectivo (Subsecção 3.7).

### **3.1 Balanços mássicos**

Dentro de um sistema, a concentração de um componente pode ser afectada por vários processos diferentes. Para ser possível de uma forma expedita identificar e verificar o que se passa com cada um desses componentes, surgiu a representação em matriz de Peterson. Este

tipo de representação permite ainda a obtenção dos balanços mássicos de uma forma quase imediata.

A equação genérica para um balanço mássico é dada por

$$\text{Entrada} - \text{Saída} + \text{Reacção} = \text{Acumulação},$$

o que em termos matemáticos, para um RPA, se traduz por

$$\frac{Q}{V_a} \times (\xi_{\text{entrada}} - \xi) + r_\xi = \frac{d\xi}{dt}$$

onde  $Q$  é o caudal a ser tratado,  $V_a$  o volume do tanque arejador,  $\xi$  e  $\xi_{\text{entrada}}$  são as concentrações do componente ao qual se está a fazer o balanço mássico no reactor à saída e à entrada, respectivamente. Os componentes em análise são  $S_s$ ,  $S_o$ ,  $S_{NO}$ ,  $S_{ND}$ ,  $S_{NH}$ ,  $S_{alk}$ ,  $X_I$ ,  $X_{BH}$ ,  $X_{BA}$ ,  $X_S$ ,  $X_P$  e  $X_{ND}$ . A descrição destes símbolos, e dos outros que aparecem neste artigo, encontra-se no Apêndice. O termo de reacção do sistema,  $r_\xi$ , é obtido através do somatório do produto dos coeficientes estequiométricos,  $\nu_{\xi j}$ , que se encontram ao longo das colunas da matriz de Peterson referente ao modelo ASM1 (Henze, 1986), com a expressão da taxa do processo,  $\rho_j$ , para o componente considerado no balanço mássico:

$$r_\xi = \sum_j \nu_{\xi j} \rho_j.$$

Por exemplo, o termo de reacção para os produtos suspensos que provêm do declínio da biomassa,  $X_P$ , será

$$r_{X_P} = f_P (b_H X_{BH} + b_A X_{BA}).$$

Em estado estacionário o termo de acumulação, dado por  $\frac{d\xi}{dt}$ , é nulo, uma vez que se considera que a concentração do componente não varia ao longo do tempo. É razoável considerar-se estado estacionário quando um reactor está em operação durante um período suficientemente longo, sem haver grandes variações nas condições de operação, e neste caso pretende-se fazer um estudo a longo prazo – a optimização do projecto da ETAR.

### 3.2 Variáveis compostas

A maioria das variáveis que aparecem no modelo ASM1 não é mensurável em sistemas reais. Por esta razão, são utilizadas variáveis compostas, que também definem um conjunto de restrições e que a seguir se apresentam:

$$X = X_I + X_S + X_{BH} + X_{BA} + X_P$$

$$S = S_I + S_S$$

$$CQO = X + S$$

$$SSV = \frac{X}{icv}$$

$$SST = SSV + SSI$$

$$CBO = f_{CBO} (S_S + X_S + X_{BH} + X_{BA})$$

$$TKN = S_{NH} + S_{ND} + X_{ND} + i_{XB} (X_{BH} + X_{BA}) + i_{XP} (X_P + X_I)$$

$$N = TKN + S_{NO}.$$

### 3.3 Restrições de qualidade

As restrições de qualidade surgem da aplicação directa das leis ambientais e dizem respeito à *CQO*, azoto total (*N*) e sólidos suspensos totais (*SST*). Deste modo estabelecem-se as restrições:

$$CQO \leq CQO_{lei}$$

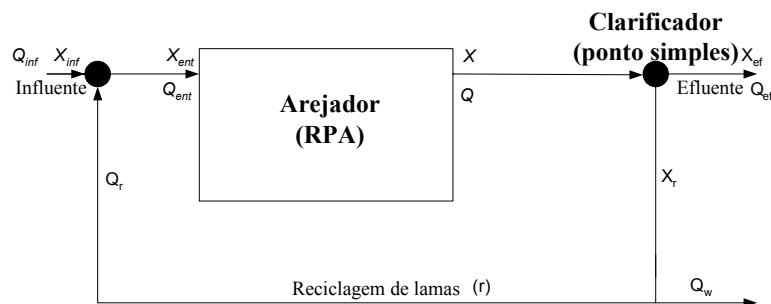
$$N \leq N_{lei}$$

$$SST \leq SST_{lei}.$$

### 3.4 Restrições do sedimentador

Apesar de tradicionalmente se dar mais importância ao arejador nos sistemas de lamas activadas, o sedimentador secundário desempenha também um papel crucial no tratamento de efluentes. Depois de o efluente abandonar o tanque arejador, onde sofreu o tratamento biológico, é necessário separar a água tratada das lamas biológicas. A forma mais comum de se efectuar esta separação é através de sedimentação em tanques.

O modelo mais simples de um sedimentador secundário é obtido quando se assume um ponto de separação simples com clarificação perfeita (Smets, 2003). No entanto, neste trabalho é formulado um problema em que há saída de sólidos no efluente, o que o torna mais próximo da realidade (Figura 1).



**Figura1: Representação esquemática de um sistema de lamas activadas.**

Este modelo consiste apenas em fazer balanços mássicos à matéria suspensa e dissolvida à entrada e saída do "ponto" e é de pouca ou nenhuma utilidade quando se pretende dimensionar ou otimizar o desempenho de um tanque deste tipo. No entanto, torna-se muito importante considerá-lo quando o objectivo principal é estudar o arejador que a ele se encontra adjacente e o comportamento do sistema em operação.

Em toda a sua simplicidade, este modelo acrescenta conceitos muito importantes para os sistemas de lamas activadas, como o são a taxa de reciclagem (*r*) e a idade das lamas (*SRT*).

O primeiro conceito, por definição, é a razão entre o caudal de lamas que regressa ao arejador vindo do sedimentador e o caudal de influente que entra no sistema,

$$r = \frac{Q_r}{Q_{inf}}.$$

É um factor muito importante na manutenção do funcionamento correcto de um arejador, uma vez que é responsável por manter uma concentração adequada de biomassa. Sem reciclagem haveria uma grande probabilidade de ocorrer lavagem de lamas. Num sistema de lamas

activadas em funcionamento, este é um factor que pode facilmente ser alterado de modo a optimizar a sua operação. A idade das lamas, por sua vez, vai determinar o tempo que as lamas permanecem no arejador. A sua definição é

$$SRT = \frac{V_a X}{Q_w X_r}$$

Este parâmetro vai determinar se a biomassa resultante do arejador vai ter boas características ou não para sedimentar de modo adequado. Na prática sabe-se que uma idade de lamas inferior a 3 dias ou superior a 30 dias não vai sedimentar para que o efluente, depois de passar pelo sedimentador secundário, clarifique como o desejado (Henze, 1986). Dependendo do efluente, é desejável uma idade de lamas elevada ou não. Assim, para efluentes pouco poluídos (*CQO* pouco elevada) é conveniente uma idade de lamas de poucos dias, já que vai ser necessário um sedimentador com uma área pequena. Nos casos em que os efluentes são muito poluídos, passa-se o contrário, de modo a evitar a construção de um tanque arejador de grandes dimensões, o que se torna muito dispendioso, quer em termos de construção, quer em termos de operação. Em Portugal as lamas costumam ser de arejamento prolongado, isto é, com 20 dias ou mais de idade. Foi este o valor considerado nos problemas resolvidos.

Nos balanços à matéria em suspensão são considerados separadamente os sólidos voláteis (*X*) e os inorgânicos (*X<sub>II</sub>*). A relação *SSV/SST* à entrada é considerada 0.8. No entanto, ao longo do sistema esta relação pode alterar-se, daí serem considerados os dois balanços em separado:

$$(1+r)Q_{inf} X_{ent} = Q_{inf} X_{inf} + (1+r)Q_{inf} X - \frac{V_a X}{SRT X_r} (X_r - X_{ef}) - Q_{inf} X_{ef}$$

$$(1+r)Q_{inf} X_{II} = Q_{inf} 0.2 SST_{inf} + (1+r)Q_{inf} X_{II} - \frac{V_a X_{II}}{SRT X_r} (X_{IIr} - X_{IIef}) - Q_{inf} X_{IIef}$$

Há ainda a acrescentar o balanço ao azoto em suspensão, que não está incluído nos *SST*

$$(1+r)Q_{inf} X_{NDent} = Q_{inf} X_{NDinf} + (1+r)Q_{inf} X_{ND} - \frac{V_a X}{SRT X_r} (X_{NDr} - X_{NDef}) - Q_{inf} X_{NDef}$$

Relativamente à matéria dissolvida, também são feitos balanços

$$(1+r)Q_{inf} Z_{ent} = Q_{inf} Z_{inf} + r Q_{inf} Z,$$

em que *Z* representa cada um dos componentes dissolvidos: *S<sub>S</sub>*, *S<sub>O</sub>*, *S<sub>NO</sub>*, *S<sub>NH</sub>*, *S<sub>ND</sub>* e *S<sub>alk</sub>*.

### 3.5 Balanços aos caudais

É necessário, para que o sistema seja consistente, fazer balanços aos caudais

$$Q = Q_{inf} + Q_r$$

$$Q = Q_{ef} + Q_r + Q_w$$

### 3.6 Limites simples

Todas as variáveis são não negativas, para que o seu significado físico se mantenha. Além disso, tornou-se necessário exigir limites mais restritivos em algumas delas para garantir um bom funcionamento do sistema. Estas são apresentadas a seguir:

$$0 \leq K_L a \leq 300$$

$$0.05 \leq HRT \leq 2$$

$$800 \leq SST \leq 6000$$

$$2500 \leq SST_r \leq 10000$$

$$0.5 \leq r \leq 2$$

$$6 \leq S_{alk} \leq 8$$

$$6 \leq S_{alk\ ent} \leq 8$$

$$S_o \geq 2$$

$$Q_w \leq 500.$$

### 3.7 Função objectivo

A função objectivo representa o custo total e depende de custos de investimento e de operação. Considera-se, por uma questão de simplicidade, que todos os fluidos se movem por acção da gravidade, não sendo necessário incluir os custos relativos a bombas nesta função.

Os custos de operação encontram-se normalmente numa base anual, necessitando, por isso, de serem actualizados para um valor presente através da função  $\Gamma$  :

$$\Gamma = \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1+i)^j} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}.$$

Usa-se neste problema  $i=0.05$  e  $n=20$  anos. O custo total ( $TC$ ) resulta do somatório dos custos de investimento ( $IC$ ) e de operação ( $OC$ ):

$$TC = IC + \Gamma OC.$$

As funções custo que se podem encontrar na literatura, e que continuam a ser aceites, são do tipo  $C = aZ^b$  (Tyteca, 1977), em que  $a$  e  $b$  são os parâmetros a estimar e  $Z$  é a característica do processo unitário que mais influencia o custo. Este modelo, apesar de não linear nos parâmetros, pode ser facilmente linearizado, obtendo-se o modelo linear

$$\ln C = \ln a + b \ln Z$$

e os parâmetros  $a$  e  $b$  são estimados usando a técnica dos mínimos quadrados e recorrendo a um conjunto de valores de  $Z$  e  $C$ . A função custo foi obtida através de dados reais recolhidos de uma empresa construtora de ETARs e é a seguinte:

$$TC = 148.6 V_a^{1.07} + 7737 G_s^{0.62} + 148.6 V_a^{1.07} (0.01 \Gamma + 0.02 \Gamma (1+i)^{-10}) + (1+i)^{-10} 7737 G_s^{0.62}$$

em que o termo  $(1+i)^{-10}$  é utilizado para transformar um valor futuro num presente, neste caso, daqui a 10 anos, uma vez que é necessário substituir o material de arejamento de 10 em 10 anos.

## 4. Experiências computacionais e resultados

Inicialmente foi considerado apenas um sistema com um tanque arejador em que se optimizou o volume do tanque, o caudal de ar, a  $CQO$  à saída e a função custo. Posteriormente adicionou-se um ponto com clarificação perfeita e neste caso a optimização foi feita apenas para a função custo.

O problema considerado neste artigo é o representado na Figura 1, em que o sedimentador já não assume clarificação perfeita e usa-se a função custo descrita na Subsecção 3.7. O conjunto de restrições é definido pelos balanços mássicos em torno do tanque arejador, tendo em conta o modelo ASM1, os balanços mássicos à matéria dissolvida e em suspensão no ponto que

representa o sedimentador secundário, as restrições de qualidade no efluente para os limites de  $CQO$ ,  $SST$ , e  $N$ . Este problema, que tem 53 parâmetros, 77 variáveis e 59 restrições, é já muito completo e aproxima-se da realidade.

O problema de optimização foi codificado na linguagem de modelação AMPL (Fourer, 1990) e foi resolvido com o pacote de *software* LOQO (Vanderbei, 1997), considerando a não admissibilidade primal e dual inferior ou igual a  $10^{-5}$  e três algarismos significativos de concordância entre a função objectivo do problema primal e a do problema dual.

Apresentam-se nas Tabelas 1 a 4 os parâmetros usados. A Tabela 5 apresenta os valores obtidos para algumas das variáveis, para o custo total e o número de iterações realizadas pelo LOQO, considerando  $N_{lei} = 15$  e  $SST_{lei} = 35$ . Cada linha da tabela corresponde a um valor diferente de  $CQO_{lei}$ , desde 45 a 90 com intervalos de 5.

**Tabela 1: Parâmetros estequiométricos**

Parâmetro	$Y_A$	$Y_H$	$f_P$	$i_{XB}$	$i_{XP}$
Valor	0.24	0.666	0.08	0.086	0.06

**Tabela 2: Parâmetros cinéticos**

Parâmetro	$\mu_H$	$K_S$	$K_{OH}$	$K_{NO}$	$b_H$	$\eta_g$	$\eta_h$	$k_h$	$K_X$	$\mu_A$	$K_{NH}$	$b_A$	$K_{OA}$	$k_a$
Valor	6	20	0.2	0.5	0.62	0.8	0.4	3	0.03	0.8	1	0.04	0.4	0.08

**Tabela 3: Parâmetros operacionais**

Parâmetro	$T$	$P_{O_2}$	$\alpha$	$\eta$	$SRT$
Valor	20	0.21	0.8	0.07	20

**Tabela 4: Características do afluente ao sistema**

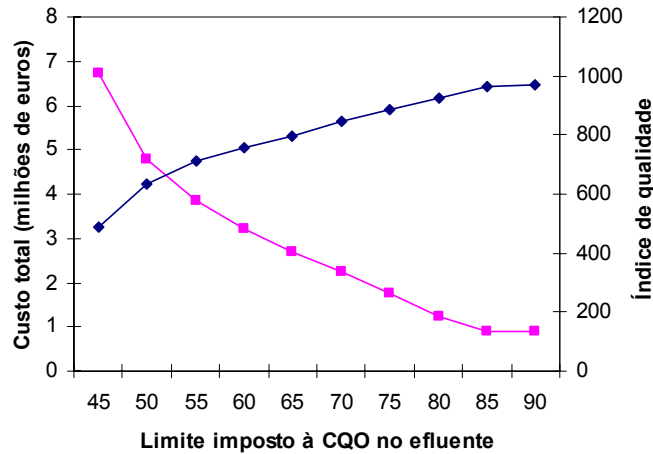
Parâmetro	$Q_{inf}$	$S_{I inf}$	$X_{BH inf}$	$X_{BA inf}$	$X_{P inf}$	$S_{O inf}$	$S_{NO inf}$
Valor	2000	30	0	0	0	0	0
Parâmetro	$X_{I inf}$	$X_{S inf}$	$S_{NH inf}$	$S_{ND inf}$	$X_{ND inf}$	$S_{alk inf}$	$S_{S inf}$
Valor	73.65	123	11.7	0.63	1.251	7	52.73

**Tabela 5: Resultados de algumas variáveis para  $N \leq 15$  e  $SST \leq 35$**

$CQO_{ef}$	$SST_{ef}$	$CBO_{ef}$	$S_{NO ef}$	$TKN_{ef}$	$V_a$	$G_S$	$r$	$Q_{ef}$	Custo total (milhões de €)	Iterações do LOQO
45.0	33.2	9.9	0.23	5.6	813	14535	1.15	1973	6.72	41
50.0	33.2	13.2	0	9.0	886	8735	1.65	1970	4.77	39
55.0	33.2	16.5	0	10.3	907	6320	2.00	1970	3.86	45
60.0	33.2	19.8	0	10.9	911	4796	1.41	1970	3.23	57
65.0	33.2	23.1	0	11.4	910	3629	1.71	1969	2.71	55
70.0	33.2	26.4	0	12.0	905	2641	1.74	1970	2.23	58
75.0	33.2	29.7	0	12.4	898	1755	1.76	1970	1.75	57
80.0	33.2	33.0	0	12.8	890	933	1.85	1970	1.23	60
85.0	34.8	35.7	0	13.2	876	503	1.87	1971	0.900	49
85.4	35.0	35.8	0	13.2	874	503	1.87	1971	0.899	47

Para melhor se visualizarem os resultados, foi construído um gráfico (Figura 2) que apresenta não só o custo total, como também um índice de qualidade ( $IQ$ ) (Copp, 2002), que define a quantidade de poluição no efluente:

$$IQ = \frac{Q_{ef}}{1000} (2 SST_{ef} + CQO_{ef} + 2 CBO_{ef} + 20 TKN_{ef} + 20 S_{NO_{ef}}).$$



**Figura 2:** Custo total ( $TC$ ) e índice de qualidade ( $IC$ ) versus limite imposto à  $CQO_{ef}$ .

Como se pode verificar por observação da Tabela 5 e da Figura 2, o custo vai diminuindo à medida que se exige menos do efluente, ao mesmo tempo que a qualidade do efluente deteriora. O valor máximo de  $CQO$  que se atinge no efluente é de 85.4, ainda que se aumente o limite permitido à saída. Isto deve-se às restrições de consistência operacional, ou seja, a partir de um determinado mínimo o desenho não se consegue tornar mais barato, ou tornar-se-á inoperacional.

Fizeram-se experiências alterando os limites de azoto total e sólidos suspensos totais no efluente. No entanto, isto não teve qualquer implicação no custo final. A razão porque isto acontece é que a  $CQO$  influi muito mais no desenho do sistema de lamas activadas que qualquer um dos outros dois parâmetros. Se se reparar, o azoto total nunca atinge o limite imposto (de  $15 \text{ g N/m}^3$ ) e os sólidos suspensos totais só o atingem na última linha da Tabela 5. Isto significa que, para se atingir a qualidade exigida em termos de matéria carbonada, consegue-se que os valores de  $N$  e  $SST$  fiquem abaixo do exigido.

## 5. Conclusões

Pode concluir-se que a qualidade do efluente exigida influencia directamente os custos, quer de operação, quer de investimento de uma ETAR, isto é, quanto mais exigente for a qualidade do efluente, mais elevado será o custo.

O parâmetro que mais influencia o desenho da ETAR é a  $CQO$  exigida ao efluente.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à empresa Factor Ambiente (Braga, Portugal) pela disponibilidade no fornecimento de dados.



## Bibliografia

- J. B. Copp (2002), *The Cost Simulation Benchmark – Description and Simulator Manual*, Office for Official Publications of the European Communities.
- R. Fourer, D. M. Gay e B. Kernighan (1990), A modelling language for mathematical programming, *Management Science*, 36 (5), 519-554.
- M. Henze, C. P. L. Grady Jr, W. Gujer, G. V. R. Marais e T. Matsuo (1986), *Activated Sludge Model no. 1 Technical Report*, IAWPRC Task Group on Mathematical Modeling for Design and Operation of Biological Wastewater Treatment, London.
- I. Y. Smets, J. V. Haegebaert, R. Carrette e J. F. Van Impe (2003), Linearization of the Activated Sludge Model ASM1 for fast and reliable predictions, *Water Research*, 37 (8), 1831-1851.
- G. Tchobanoglous e F. L. Burton (1991), *Wastewater Engineering*, Metcalf & Eddy, Inc.
- D. Tyteca, Y. Smeers e E. J. Nyns (1977), Mathematical modelling and economic optimization of wastewater treatment plants, *CRC Critical Reviews in Environmental Control*, 8 (1), 1-89.
- R. J. Vanderbei (1997), *LOQO users manual*, versão 3.10, Technical Report SOR-97-08, Princeton University.
- P. A. Vanrolleghem, U. Jeppsson, J. Carstensen, B. Carlsson e G. Olsson (1996), Integration of wastewater treatment plant design and operation – a systematic approach using cost functions, *Water Science and Technology*, 36 (3-4), 159-171.

## Apêndice – Notação

São usados neste artigo os símbolos seguintes:

$b_A$  = coeficiente de declínio de biomassa autotrófica,  $dia^{-1}$

$b_H$  = coeficiente de declínio de biomassa heterotrófica,  $dia^{-1}$

$CBO$  = carência bioquímica de oxigénio,  $g\ O_2/m^3$

$CBO_U$  =  $CBO$  final,  $g\ O_2/m^3$

$CQO$  = carência química de oxigénio,  $g\ CQO/m^3$

$f_{CBO}$  = razão  $CBO:CBO_U$

$f_P$  = fracção de biomassa que origina produtos em suspensão

$G_S$  = caudal de ar,  $m^3/dia\ PTN$

$HenryO_2$  = constante de Henry

$HRT$  = tempo de retenção hidráulica,  $dia$

$i$  = taxa de interesse monetário

$icv$  = razão  $X:SSV$ ,  $g\ CQO/g\ SSV$

$i_{XB}$  = nitrogénio contido na biomassa activa,  $g\ N/g\ CQO$

$i_{XP}$  = nitrogénio contido na biomassa endógena/inerte,  $g\ N/g\ CQO$

$IC$  = custo de investimento, € de 2003

$SSI$  = sólidos suspensos inorgânicos,  $g/m^3$

$k_a$  = taxa de amonificação,  $m^3/g\ CQO/dia$

$k_h$  = taxa específica máxima de hidrólise,  $dia^{-1}$

$K_{La}$  = coeficiente de transferência de massa global,  $dia^{-1}$

$K_{NH}$  = coeficiente de meia saturação de amónia para o crescimento de biomassa autotrófica,  $g\ N/m^3$

$K_{NO}$  = coeficiente de meia saturação de nitrato para a desnitrificação de biomassa heterotrófica,  $g\ N/m^3$

$K_{OA}$  = coeficiente de meia saturação

$K_{OH}$  = coeficiente de meia saturação de oxigénio para o crescimento de heterotróficos,  $g\ O_2/m^3$

$K_S$  = coeficiente de meia saturação para o substrato prontamente biodegradável para a biomassa heterotrófica,  $g\ CQO/m^3$

$K_X$  = coeficiente de meia saturação para a hidrólise do substrato lentamente biodegradável,  $g\ CQO/g\ CQO$

$n$  = tempo de funcionamento previsto para a ETAR

$N$  = azoto total,  $g\ N/m^3$

$OP$  = custos de operação, € de 2003

$P_{O_2}$  = pressão parcial de oxigénio não corrigida, i.e. 0.21

$Q$  = caudal,  $m^3/dia$

$IQ$  = índice de qualidade,  $Kg\ de\ poluição/dia$

$r$  = taxa de reciclagem

$S$  =  $CQO$  solúvel,  $g\ CQO/m^3$

$S_{alk}$  = alcalinidade, unidades molares

$S_I$  = matéria orgânica inerte solúvel,  $g\ CQO/m^3$

$S_{ND}$  = azoto orgânico biodegradável solúvel,  $g\ N/m^3$

$S_{NH}$  = amónia livre e ionizada,  $g\ N/m^3$

$S_{NO}$  = azoto sob a forma de nitrato e nitrito,  $g\ N/m^3$

$S_O$  = oxigénio dissolvido,  $g\ (-CQO)/m^3$

$S_{O_{sat}}$  = concentração de saturação de oxigénio,  $g/m^3$

$S_S$  = substrato solúvel prontamente biodegradável

$SRT$  = idade das lamas,  $dia$

$PTN$  = pressão e temperatura normais

$TC$  = custo total, € de 2003

$V_a$  = volume do tanque de arejamento,  $m^3$

$SSV$  = sólidos suspensos voláteis,  $g/m^3$

$T$  = temperatura,  $^{\circ}C$

$TKN$  = azoto total de Kjeldahl,  $g\ N/m^3$

$SST$  = sólidos suspensos totais,  $g/m^3$

$X$  =  $CQO$  em suspensão,  $g\ CQO/m^3$

$X_{BA}$  = biomassa activa autotrófica,  $g\ CQO/m^3$

$X_{BH}$  = biomassa activa heterotrófica, g CQO/ $m^3$   
 $X_I$  = matéria orgânica inerte em suspensão, g CQO/ $m^3$   
 $X_{II}$  = sólidos inorgânicos inertes em suspensão, g/ $m^3$   
 $X_{ND}$  = azoto orgânico biodegradável em suspensão, g N/ $m^3$   
 $X_P$  = produtos em suspensão provenientes do declínio da biomassa, g CQO/ $m^3$   
 $X_S$  = substrato lentamente biodegradável, g CQO/ $m^3$   
 $Y_A$  = crescimento para a biomassa autotrófica, g CQO/g CQO  
 $Y_H$  = crescimento para a biomassa heterotrófica, g CQO/g CQO  
 $\alpha$  = coeficiente água residual / água limpa  
 $\eta$  = eficiência *standard* de transferência de oxigénio  
 $\eta_g$  = factor de correcção para  $\mu_H$  em condições anóxicas  
 $\eta_h$  = factor de correcção para a hidrólise em condições anóxicas  
 $\mu_A$  = taxa específica de crescimento máximo para a biomassa autotrófica,  $dia^{-1}$   
 $\mu_H$  = taxa específica de crescimento máximo para a biomassa heterotrófica,  $dia^{-1}$   
 $\theta$  = factor de correcção da temperatura

#### *subscritos*

$a$  = tanque de arejamento  
 $ef$  = efluente  
 $ent$  = entrada do tanque arejador  
 $inf$  = afluente ao sistema  
 $r$  = reciclagem  
 $w$  = excesso de lamas